

משוואות דיפרנציאליות רגילות, מועד ג'. אוניברסיטת בן גוריון

<p>כללים : אסור לכתוב בצבע אדום. הבודק רוצה לראות רק את הגרסה הסופית של הפתרון, לא את כל נדודי הביניים. השתמשו בטייטה לכל הנסיונות ההתחלתיים. הפתרון אמור להיות מסודר, מדויק (ולא ארוך). בזמן הבחינה מרצים/מתרגלים עונים רק על שאלות הקשורות לניסוח של הבחינה. אנחנו לא עונים על שאלות כמו: "האם זאת דרך נכונה?", "באיזה משפט צריכים להשתמש כאן?", "אני שכחתי את הנוסחה/הניסוח של..".</p>	<p>מספר הקורס: 201.1.0061 מרצה: ד. קרנר תאריך: 13.09.2021 משך המבחן: 3 שעות ניקוד: פתרו את כל השאלות (סה"כ 100 נקודות) אין להשתמש בכל חומר עזר, לרבות מחשבוני</p>
---	---

יש לנמק היטב את כל התשובות.

1. (20 נקודות) נתבונן במערכת $x' = x + ay, y' = -ax - y$. עבור אילו ערכים של $a \in \mathbb{R}$ מתקיים:
- קיימים שני פתרונות מחזוריים בת"ל.
 - כל הפתרונות הינם חסומים.
 - קיים פתרון לא חסום.
 - קיים פתרון מחזורי (לא קבוע) ופתרון לא חסום.

2. (16 נקודות) מצאו את ה $N \ni n$ הקטן ביותר שעבורו פונקציה $x(t) = t^7$ מקיימת מד"ר לינארי (ב \mathbb{R} כולו) $x^{(n)} + a_{n-1}(t)x^{(n-1)} + \dots + a_0(t)x = 0$ כאשר $a_0(t), \dots, a_{n-1}(t) \in C^0(\mathbb{R})$.

3. (17 נקודות) פתרו את המשוואה $x' = e^{\frac{x}{t}} + \frac{x}{t}, x(-e) = 0$. מצאו את התחום הגדרה המכסימלי של הפתרון.

4. (17 נקודות) יהי $\underline{x}(t)$ פתרון של מערכת $\underline{x}' = A(t) \cdot \underline{x}$. הוכיחו: $\|\underline{x}(t)\| \leq \|\underline{x}(t_0)\| \cdot e^{\int_{t_0}^t \|A(s)\|_{op} ds}$.

5. (30 נקודות) נתבונן במד"ר $x' \cdot t + c \cdot x = f(t), f \in C^1(-a, a)$ ו $c = const$
- עבור $c < -1$ הוכיחו: כל פתרון מקומי ניתן להרחבה לפתרון גלובלי $x(t) \in C^1(-a, a)$
 - עבור $c > 0$ מצאו את כל הפתרונות הניתנים להרחבה לפתרונות גלובליים $x(t) \in C^1(-a, a)$

בהצלחה!