

שאלות לבדיקה עצמית 4 (המשך).
טרנספורמציות (העתקות) ליניאריות.

(1) טרנספורמציה ליניארית $T: R^n \rightarrow R^m$ מוגדרת על ידי $T(x) = Ax$ כאשר A מטריצה מסדר $m \times n$

א. ידוע כי $rank(A) = n$ האם T בהכרח חד חד ערכי

ב. ידוע כי $rank(A) = m$ האם T בהכרח על

ג. ידוע כי T חד חד ערכי האם $rank(A) = n$

ד. ידוע כי T על האם $rank(A) = m$

(2) ענו נכון או לא נכון ונמקו את התשובה.

א. כל 2 ווקטורים עצמיים שונים זה מזה הם בלתי תלויים ליניארית

ב. אם מטריצה A לא הפיכה אז יש לה ערך עצמי 0

ג. אם למטריצה A יש ערך עצמי 0 אז היא לא הפיכה

ד. אם למטריצה A יש ערך עצמי 0 אז קיים k כך ש $A^k = 0$

ה. אם קיים k כך ש $A^k = 0$ אז א. A יש ערך עצמי 0, ב. כל ערך עצמי של A הוא 0

ג. מצאו כל ערכים עצמיים של אופרטור גזירה במרחב פולינומים ממעלה קטנה מ k

ו. ערכים עצמיים של מטריצה משולשת הם ערכים מאלכסון ראשי שלה

ז. סכום של ווקטורים עצמיים של מטריצה A הוא בהכרח ווקטור עצמי של A

ח. אם A ניתנת ללכסון אז A הפיכה

ט. אם A הפיכה אז A ניתנת ללכסון

י. ל מטריצות דומות יש אותם ערכים עצמיים

יא. ל מטריצות דומות יש אותם ווקטורים עצמיים

יב. A מטריצה ריבועית, אם לממל $Ax=b$ לא קיים פתרון אז ל A בהכרח יש ערך עצמי 0

יג. אם מימד של מרחב עצמי ששייך לערך עצמי α שווה ל k אז פולינום אופייני מתחלק

$$b(x-\alpha)^k$$

יד. אם פולינום אופייני מתחלק ב $(x-\alpha)^k$ אז מימד של מרחב עצמי ששייך לערך עצמי α

שווה ל k

(3) על טרנספורמציה ליניארית $T: R^3 \rightarrow R^5$ ידוע כי $T(a) = T(b) = T(c) = u \neq 0$ כאשר

(a, b, c) הוא בסיס של R^3 . מצאו בסיס של $Im(T), Ker(T)$

(4) על טרנספורמציה ליניארית $T: R^2 \rightarrow R^5$ ידוע כי $T(b) = 3T(a) \neq 0$. מצאו בסיס של

$Im(T), Ker(T)$. מצאו בסיס ומימד של מרחב עצמי של T ששייך ל ערך עצמי 0

(5) מצאו כל פרמטרים a, b, c כך שמטריצות הבאות ניתנות ללכסון

$$א. \begin{pmatrix} a & a & a \\ 0 & 0 & a \\ 0 & 0 & a \end{pmatrix} \quad ב. \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & b & 1 \\ 0 & 0 & b \end{pmatrix} \quad ג. \begin{pmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & b & a \\ 0 & 0 & b \end{pmatrix} \quad ד. \begin{pmatrix} a & a & a \\ 0 & b & a \\ 0 & 0 & c \end{pmatrix} \quad ה. \begin{pmatrix} a & a & c \\ 0 & b & b \\ 0 & 0 & c \end{pmatrix}$$

(6) ידוע כי $\alpha_1, \dots, \alpha_n$ הם ערכים עצמיים ו a_1, \dots, a_k הם ווקטורים עצמיים של אופרטור

ליניארי T . מצאו ערכים עצמיים ו ווקטורים עצמיים של אופרטורים א. T^{-1} ב. T^2

ג. T^n ד. $2T^2 - T + 5I$ ה. $T^3 + 2T - I + 3T^{-1}$

(6) ידוע כי $A^3 = 0, A \neq 0$. האם A ניתנת לליכסון.

(7) א. ידוע כי 0 הוא ערך עצמי של מטריצה AB האם 0 הוא בהכרח ערך עצמי של מטריצה

BA , האם 0 הוא בהכרח ערך עצמי של מטריצה A או מטריצה B ?

ב. הוכח כי למטריצות AB ו BA יש אותם ערכים עצמיים. (רמז נניח כי $\alpha \neq 0$ ערך עצמי

של מטריצה AB ששייך ל ווקטור עצמי a . בדקו כי $b=Ba$ הוא ווקטור עצמי של מטריצה BA ומצאו ערך עצמי שלו).

(8) ידוע כי אופרטור ליניארי T מעביר 2 ווקטורים בלתי תלויים ל ווקטורים תלויים ליניארית.

הוכח כי 0 הוא ערך עצמי של T .