

שאלות לבדיקה עצמית 3 (המשך).

מטריצות ודטרמיננטות.

סימון. A, B, C מטריצות, I מטריצה יחידה, A^T מטריצה משוחלפת, אם $AB=BA$ אז אומרים כי A ו B מתחלפים.

(1) האם בהכרח א. $A^2 - B^2 = (A+B)(A-B)$? ב. $A^2 - I^2 = (A+I)(A-I)$?

ג. $A^3 - I^3 = (A-I)(A^2 + A + I)$? ד. מצאו תנאי למטריצות A, B כך ששוויון

מסעיף א. יהיה נכון.

(2) א. ידוע כי $A^2 = 0$ מצאו $(A+I)^{-1}$. ב. ידוע כי $A^3 = 0$ מצאו $(A+I)^{-1}$.

(3) א. ידוע כי מטריצה A הפיכה האם מטריצה A^T הפיכה? ב. ידוע כי מטריצה A^T הפיכה האם מטריצה A הפיכה?

(4) ידוע כי מטריצות A, B הפיכות האם מטריצות $AB, A^2, A^3, A^3 - A^2$ הפיכות?

(5) ענו נכון או לא נכון ונמקו.

א. אם $AC = 0$ אז $A=0$ או $C=0$

ב. אם $AB = AC, A \neq 0$ אז $B = C$

ג. אם לממל $Ax=b$ קיים פתרון ו מטריצה A היא ריבועית אז A בהכרח הפיכה

ד. אם A מטריצה מסדר $m \times n$ אז מטריצות $A^T B, B^T A$ מוגדרות

ה. כול מטריצה ריבועית היא מכפלה של מטריצות אלמנטאריות

ו. כול מטריצה הפיכה היא מכפלה של מטריצות אלמנטאריות

ז. $A^3 - B^3 = (A-B)(A^2 + AB + B^2)$ לכל מטריצות מסדר $n \times n$

ח. אם A מטריצה מסדר $m \times n$ ואם לממל $Ax=b$ קיים פתרון לכול b אז בהכרח

$$n \geq m$$

ט. אם A מטריצה מסדר $m \times n$ ואם לממל $Ax=b$ קיים פתרון לכול b אז בהכרח

$$m \geq n$$

י. אם A מטריצה מסדר $m \times n$ ואם לממל $Ax=b$ קיים פתרון לכול b אז בהכרח

$$m = n$$

יא. אם $AB = I$ אז בהכרח $AB = BA$

יב. אם ידוע כי $A^3 = 0$ אז $\det(A) = 0$

יג. אם ידוע כי $A^3 = 0$ אז $A = 0$

יד. $\det(A^T A) \geq 0$

טו. $\det(-A) = \det(A)$

טז. $\det(AB) = \det(BA)$

יז. $\det(A^{-1}BA) = \det(B)$

(6) A מטריצה מסדר 2×2 . איך לבדוק בלי חישובים האם $\det(A) = 0$

(7) A מטריצה מסדר 4×4 . $\det(A) = a \neq 0$. מצאו

$$\det(A^{-1}), \det(-A), \det(3A), \det(A^T A), \det\left(\frac{A}{A^T}\right)$$

(8) ידוע כי $A = \begin{pmatrix} 10 \\ 00 \end{pmatrix}$, $AB = BA$, A ו B מתחלפים). האם בהכרח B אלכסונית מסדר

2×2 . מצאו כל מטריצות B שמתחלפות עם A .

(9) ידוע כי A מטריצה משולשת עם איבר שונה מ 0 באלכסון. האם חזקה כלשהי של A שווה ל 0 ?

(10) ידוע כי A מטריצה משולשת בלי איבר שונה מ 0 באלכסון. האם חזקה כלשהי של A בהכרח שווה ל 0 ?

(11) ידוע כי A מטריצה אלכסונית עם איברים שונים זה מזה באלכסון ו $AB = BA$ האם בהכרח B אלכסונית? מצאו כל מטריצות B שמתחלפות עם A .