

שאלות לבדיקה עצמית 2 (המשך).
 מרחבים ווקטורים ותלות ליניארית.

(1) על ווקטורים a, b, c ידוע כי $\alpha a + \beta b + \gamma c = 0$

א. האם בהכרח $Span(a, b) = Span(b, c)$?

ב. האם בהכרח $Span(a, b) = Spab(a, b, c)$?

ג. ידוע כי $\alpha \neq 0, \beta \neq 0, \gamma \neq 0$. האם בהכרח $Span(a, b) = Span(a, b, c)$?

(2) ידוע כי ווקטורים a, b, c, d הם תלויים ליניארית. האם בהכרח

$Span(a, b, c) = Span(a, b, c, d)$?

(3) ידוע כי ווקטורים a, b, c, d מ R^5 פורשים את המרחב דו-מימדי V . איך למצוא בלי

חישובים בסיס של V ?

(4) ידוע כי ווקטורים a, b, c, d מהווים בסיס של V . מצאו $Span(a, c) \cap Span(b, d)$.

(5) ווקטורים a, b, c, d מ R^4 הם שורות בלתי תלויות של מטריצה ריבועית A . האם ניתן

למצוא ווקטור v כך שלמערכת משוואות $Ax = v$ א. לא יהיה פתרון, ב. יהיה אין סוף

פתרונות? אם כן מצאו v , אם לא נמקו.

(6) ווקטורים a, b, c, d מ R^4 הם שורות של מטריצה ריבועית A . ידוע כי מרחב פתרונות

של ממל הומוגנית $Ax=0$ הוא מרחב דו-מימדי. איך למצוא בלי חישובים בסיס של מרחב

שורות של A ו בסיס של מרחב עמודות של A .

(7) קצה אחד של כל אחד מהווקטורים גיאומטריים במישור a, b, c נמצא בראשית הצירים

וקצה שני נמצא בישר הנתון. האם a, b, c הם בהכרח תלויים ליניארית ?

(8) ידוע כי U, W הם תתי מרחבים של מרחב ווקטורי V ו $U \cup W = V$. האם בהכרח

$U = V$ או $W = V$?

(9) ידוע כי U, W הם תתי מרחבים של מרחב ווקטורי V

ו $U + W \neq V, \dim(U) = \dim(W) = 2, \dim(V) = 4$. מצאו ערכים אפשריים

ל $\dim(U + W), \dim(U \cap W)$.

(10) ידוע כי U, W הם תתי מרחבים של מרחב ווקטורי R^3

ו $U + W \neq R^3, \dim(U) = \dim(W) = 2$. מצאו $U \cap W$.

(11) האם קיים בסיס של מרחב פולינומים ממעלה קטנה מ 5 שמכיל א. רק פולינומים

ממעלה 4? ב. רק פולינומים ממעלה שונה מ 4?

(12) האם כל מרחב ווקטורי V ממימד סופי ניתן להגדיר כ מרחב פתרונות של ממל

הומוגנית כלומר ווקטור שייך ל V אם ורק אם ווקטור קואורדינטות שלו בבסיס מסוים הוא

פתרון של ממל מסוים?

(13) מצאו מרחב ווקטורי בלי בסיס.

(14) האם כל תת מרחב ווקטורי של R^n הוא מרחב עמודות של מטריצה מסדר

א. מסדר $m \times n$. ב. מסדר $n \times m$ כאשר $m = n$. ג. מסדר $n \times m$ כאשר

$m \geq n$. ד. מסדר $n \times m$ כאשר m כלשהי.

(15) מצאו כל תתי מרחבים של מרחב מטריצות אלכסוניות מסדר 2×2 מעל שדה R

(16) מצאו כל תתי מרחבים של מרחב מטריצות משולשות מסדר 2×2 מעל שדה R שמכילות

תת מרחב של מטריצות אלכסוניות.

(17) מצאו כל תתי מרחבים של מרחב מספרים מרוכבים מעל שדה R שמכילים i .

(18) מצאו בסיס של מרחב ווקטורי של מטריצות מסדר 2×2 עם רכיבים מרוכבים מעל שדה R .

(19) א. 2 ווקטורים עם רכיבים טבעיים בלתי תלויים מעל שדה Q . האם הם בהכרח בלתי

תלויים מעל שדה R ? נניח כי כל רכיבים של הווקטורים הם קטנים ממספר ראשוני p .

האם הם בהכרח בלתי תלויים מעל שדה Z_p (רמז ווקטורים $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ מעל שדה Z_3)