

**תרגול 1**

**קומבינטוריקה**

העקרון היסודי של הספירה:

נניח לפעולה ראשונה ישנן  $m$  דרכים שונות ולפעולה השניה –  $k$  דרכים שונות. אזי מס' הדרכים לביצוע שתי הפעולות הינו  $k \cdot m$ .

1. במשרד השידוכים רשומים 20 בחורים ו 35 בחורות. שידוך מקרי הוא בחירה של בחור ובחורה. מהו מספר השידוכים האפשריים?
2. מטילים  $n$  קוביות שונות. מהו מספר התוצאות האפשריות?
3. מפזרים  $r$  כדורים שונים ב  $n$  תאים שונים. מהו מספר תוצאות האפשריות?

מספר התמורות של  $n$  איברים הינו  $n!$ . אם בוחרים  $k$  איברים מתוך  $n$  כאשר יש חשיבות לסדר הבחירה,

הדבר נקרא תמורות. מספר התמורות של  $k$  איברים מתוך  $n$  הינו  $\frac{n!}{(n-k)!}$ .

כאשר אין חשיבות לסדר הבחירה הדבר נקרא צרף של  $k$  איברים מתוך  $n$ , כאשר מספרם

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

4. בכמה דרכים נוכל לבחור שלושה קלפים מחפיסה של 52 קלפים?
5. בכמה אופנים ניתן לבחור ועד בן 2 בנים ו 3 בנות מתוך קבוצה של 5 בנים ושבע בנות?
6. מפזרים  $r$  כדורים שונים ב  $n$  תאים שונים. מהו מספר התוצאות האפשריות אם אסור להכניס יותר מכדור אחד בכל תא?
7. מפזרים  $r$  כדורים זהים ב  $n$  תאים שונים. מהו מספר התוצאות האפשריות?
8. במצולע משוכלל של  $n$  צלעות ( $n > 5$ ) בוחרים באופן מקרי שני אלכסונים. מצא את מספר הדרכים לבכירה : א) שני אלכסונים ב) שני אלכסונים נחתכים?
9. בכמה דרכים אפשר להכניס  $n$  כדורים שונים ל-  $n$  קופסאות אם: א) בדיוק קופסא אחד ריקה ב) בדיוק שתי קופסאות ריקות?
10. בכמה דרכים ניתן להושיב  $n$  אנשים סביב שולחן עגול?
11. בכמה דרכים ניתן להושיב  $n$  נשים ו  $n$  גברים סביב שולחן עגול, כך שכל אשה תשב בין שני גברים?
12. בסל ישנן 10 פתקאות עליהן רשומות הספרות 0,1,...,9. מהו מספר האפשרויות לקבלת מספר תלת-ספרתי בבחירה עם החזרה ובבחירה ללא החזרה?

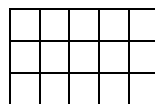
13. הראה שמספר כל תתי-הקבוצות של הקבוצה בת  $n$  איברים הינו  $2^n$ .

14.  $\binom{n}{a,b}$  הינו מספר הדרכים לבחור  $a$  איברים לקבוצה ראשונה ו  $b$  לקבוצה שניה, מתוך קבוצה של

חברים  $(a + b \leq n)$ . מצא עבור גודל זה אנאלוג לזהות:  $\binom{n}{k} = \binom{n-1}{k-1} + \binom{n-1}{k}$

15. הוכח:  $\sum_{k=0}^n \binom{2n+1}{k} = 2^{2n}$

16. נתבונן בסריג הנקודות שבאיור B



A

אדם יוצא מנקודה A והולך על הסריג לנקודה B, כאשר בכל מהלך הוא יכול לבצע צעד אחד למלה או ימינה. כמה מסלולים שונים מ-A ל-B קיימים?

17. בעית הקולנוע:  $2n$  אנשים עומדים בתור להצגה. מחיר כרטיס 50 ₪. ל- $n$  מהאנשים שטר בן 50 ₪ ול-  $n$  אנשים שטר בן 100 ₪. בהתחלה הקופה ריקה. מה ההסתברות לכך שאף אחד לא יצטרך להמתין לעודף?