

תרגול 5-6

1. במשפחה ישנם n ילדים. נגדיר את המאורעות הבאים:
 - A — {במשפחה ישנם ילדים משני המינים}
 - B — {יש לכל היותר ילדה אחת במשפחה}
 האם המאורעות A ו-B תלויים?
2. אם A ו-B הינם מאורעות זרים, האם ניתן להגיד ש-A ו-B בהכרח:
 - א. הינם בלתי תלויים.
 - ב. הינם תלויים.
3. אם A ו-B הינם מאורעות בלתי תלויים, האם ניתן בוודאות להגיד ש-A ו-B הינם זרים?
4. האם אי-תלות בזוגות גוררת אי-תלות?
5. אם A, B הינם בלתי תלויים ו-A, C הינם בלתי תלויים האם $B \cup C$ ו-A בלתי תלויים, כאשר:
 - א. C, B הם זרים?
 - ב. C, B אינם זרים?
6. לנסוי n תוצאות אפשריות; התוצאה i מתקבלת בהסתברות P_i לכל $i=1,2,\dots,n$, ומתקיים $\sum_{i=1}^n P_i = 1$. כאשר מבצעים שתי חזרות בלתי תלויות על הנסוי, מהי ההסתברות שבפעם השניה התקבלה תוצאה גדולה מאשר בפעם הראשונה?
7. יהי X מ"מ בעל פונקציית ההסתברות

$$P(X = k) = \frac{c}{k(k+1)}, \quad k = 1, 2, \dots$$
 מצא את:
 - א. c .
 - ב. $P(5 \leq X \leq 10)$.
8. יורים במטרה 5 פעמים. ההסתברות לפגוע במטרה בכל ירי היא 0.8 ללא תלות ביריות אחרות. מצא את ההסתברות לפגוע במטרה (א) לפחות 4 פעמים (ב) לפחות 4 פעמים בתנאי שיש פגיעה אחת לפחות.
9. מטילים קובייה עד אשר תתקבל תוצאה זוגית בפעם הרביעית. מצא את ההסתברות שמספר ההטלות הכולל עד לכך (א) שווה 6 (ב) קטן מ 8.
10. יהי X מ"מ המפולג לפי ההתפלגות הגיאומטרית. הוכח את התכונה של חוסר זיכרון:

$$P(X > m + n | X > n) = P(X > m), \quad m, n \geq 1.$$
11. יהי מ"מ X בעל ערכים טבעיים בלבד ומקיים לתנאי $P(X > m + n | X > n) = P(X > m)$ עבור כל m, n טבעיים. הוכח: $X \sim G(p)$ עם פרמטר p מסוים.