



המחלקה למתמטיקה

סמסטר 17-2016-ב

שם הקורס אלגברה לא קומוטטיבית

מספר קורס 201.2.5121

עמוד הקורס ברשת

<https://math.bgu.ac.il/he/teaching/spring2017/courses/noncommutative-algebra>

מרצה אחראי ד"ר משה קמנסקי, <kamenskm@bgu.ac.il>, חדר 104

שעות קבלה <https://math.bgu.ac.il/he/teaching/hours>

תקציר

דרישות והרכב ציון הקורס¹

הקורס מספק מבוא לתורה של חוגים לא חילופיים, ומבנים קשורים. המוטיבציה הראשונית שלנו תהיה להבין את תורת ההצגות של חבורות סופיות. השאלה תוביל אותנו לחקור חוגים פשוטים למחצה, אותם אנו מבינים היטב הודות לתורת וודרברן.

לאחר שנסיק מסקנות מתורת וודרברן, נחקור יותר לעומק את אבני הבניין בתורה זו, חוגי חילוק וחוגי מטריצות מעליהם. לתורה זו שימושים בגאומטריה ובתורת המספרים, אותם נשתדל לתאר.

נושאים נוספים תלויים בזמן שיישאר ובטעם הקהל, אך עשויים לכלול: הבנה מפורטת יותר של תורת ההצגות, חוגים כלליים יותר (לא פשוטים למחצה, לא ארטיניים) ומיקום. נשתדל לכלול שימושים וקשרים לתחומים אחרים ככל שאלה יעלו.

רקע נדרש: אלגברה לינארית ברמה סבירה ותורת גלואה בסיסית. רקע רצוי כולל הכרות בסיסית עם אלגברה חילופית ותורת הקטגוריות, אולם זה לא הכרחי ויוסבר במידת הצורך.

נושאי לימוד

1. מבנים אלגבריים יסודיים: חוגים, מודולים, אלגבראות, המרכז, אימפוטנטים, חוגי חבורה.

2. חוגים עם חילוק: הקוטרניונים של המילטון, אלגבראות קוטרניונים מוכללות, אלגבראות חילוק מעל \mathbb{F}_q , \mathbb{C} , \mathbb{R} , \mathbb{Q} (משפטי Frobenius ו-Wedderburn), אלגבראות ציקליות, משפט Brauer-Cartan-Hua.

¹דרישות הקורס יכולות להשתנות במהלך השבועיים הראשונים של הסמסטר, ויש לשים לב להודעות באתר הקורס



3. פשטות ופשטות למחצה: פשטות של מבנים אלגבריים, מודולים פשוטים למחצה, חוגים פשוטים למחצה, משפט Maschke
4. תורת Wedderburn-Artin הומומורפיזמים וסכומים ישרים, הלמה של Schur, משפט המבנה של Wedderburn-Artin, חוגים ארטיניים
5. מבוא להצגות של חבורות: הצגות ואפיינים, הצגות ותורת Wedderburn-Artin, יחסי האורתוגונליות, מימדי הצגות אי-פריקות, משפט Burnside.
6. מכפלות טנזוריות: מכפלות טנזוריות של מודולים ואלגבראות, הרחבות סקלריות, אינדקס Schur, פשטות ומרכז של מכפלות טנזוריות, חבורת Brauer, משפט Skolem-Noether, משפט המרכז הכפול, שדות מירביים באלגבריות, נורמה ועקבה מצומצמות, מכפלות משולבות.