המחלקה למתמטיקה, בן-גוריון

אשנב למתמטיקה

במאי *2, 2023*

בשעה *18:10 – 19:30*

באולם *101-, בניין מתמטיקה*

ההרצאה

השערת היעקוביאן

תינתן על-ידי

רונן פרץ

תקציר: השערת היעקוביאן היא אחת ההשערות החשובות בגיאומטריה אלגברית. בהרצאה נציג מספר תוצאות חשובות שהתגלו על ידי מתמטיקאים שניסו לפתור את ההשערה. נסמן את חוג הפולינומים מעל לשדה k ובמשתנים $X_1, \ldots, X_n$ על ידי $k[X_1, \ldots, X_n]$. אחד מהניסוחים המקובלים להשערת היעקוביאן הוא הניסוח הבא:

נניח כי $F := (F_1, \ldots, F_n) \in \mathbb{C}[X_1, \ldots, X_n]^n$, העתקה פולינומית $\mathbb{C}^n \to \mathbb{C}^n$ שמקיימת $\det(J(F(Z)) \neq 0$ לכל $Z \in \mathbb{C}^n$, אז F חד-חד-ערכית ועל, וההעתקה ההפוכה F^{-1} גם היא פולינומיאלית.

כאן הסימון

$$J(F(Z)) = \left(\frac{\partial F_i}{\partial Z_j}\right)_{1 \leq i,j \leq n}$$

היא מטריצת היעקוביאן של ההעתקה F בנקודה $Z = (Z_1, \ldots, Z_n)$. כלומר ההשערה אומרת שהפיכות מקומית של העתקה פולינומיאלית מעל לשדה המספרים המרוכבים מבטיחה הפיכות גלובלית. יתר על כן ההעתקה ההפוכה היא בעצמה פולינומיאלית. אחת התוצאות החשובות שהוכחו אומרת שאם השערת היעקוביאן נכונה להעתקות פולינומיאליות בכל מספר n של משתנים אך רק עבור העתקות שמעלתן האלגברית היא 3 לכל היותר, אז ההשערה נכונה להעתקות בכל מעלה — כלומר ההשערה נכונה.

תוצאה מעניינת אחרת אומרת שאם העתקה F שמקיימת את תנאי היעקוביאן

$$\det(J(F(Z))) \neq 0, \forall Z \in \mathbb{C}^n$$

היא חד-חד-ערכית על ישר אחד במישור המרוכב, אז היא הפיכה פולינומיאלית, כלומר מקיימת את מסקנת השערת היעקוביאן. תוצאה זו היא בעלת אופי גיאומטרי ומסתמכת על משפט השיכון של Abhyankar–Moh. התוצאה הקודמת קשורה לתיאוריה חשובה שנקראת K-Theory. Algebraic בהרצאה אני מקווה להציג עוד מספר תוצאות עמוקות כאילו.

אנא שימו לב לשינוי בשעה!