

## The Department of Mathematics

2024–25–B term

**Course Name** Introduction to symbolic dynamics

**Course Number** 201.2.0381

**Course web page**

<https://sites.google.com/site/tommeyerovitch/home/introduction-to-symbolic-dynam>

**Lecturer** Prof. Tom Meyerovitch, <mtom@bgu.ac.il>, Office 313

**Office Hours** <https://math.bgu.ac.il/en/teaching/hours>

### Abstract

Symbolic dynamics is a branch of mathematics that deals with sequences of characters letters or “symbols” from the point of view of dynamical systems. The basic guiding philosophy is that sometimes it is possible to code and understand complicated systems by a sequence of discrete samples. The decimal expansion of real numbers is a simple example of this kind of procedure. Techniques and ideas from symbolic dynamics have found significant applications in data storage and transmission as well as other parts of mathematics. In this course we will introduce basic notions and results in symbolic dynamics, via interesting examples. We will illustrate relations to other fields and relate to the more general frameworks of topological dynamics and ergodic theory.

### Requirements and grading<sup>1</sup>

---

<sup>1</sup>Information may change during the first two weeks of the term. Please consult the webpage for updates

# המחלקה למתמטיקה תשפ"ה 2024-2025, סמסטר ב'

שם הקורס: מבוא לדינמיקה סימבולית

מס' קורס: 2011.2.0381

אתר הקורס: [moodle2.bgu.ac.il](http://moodle2.bgu.ac.il)

המרצה: פרופ' תם מאירוביץ, [mtom@bgu.ac.il](mailto:mtom@bgu.ac.il), חדר 313, בניין 58.

שעות קבלה: [www.math.bgu.ac.il/en/teaching/hours](http://www.math.bgu.ac.il/en/teaching/hours)

## דרישות והרכב ציון הקורס\*

**הרכב הציון**: הציון יורכב מתרגילים שיוגשו במהלך הסמסטר (30%) ועבודת סיכום בסיום הקורס (70%). במסגרת עבודת הסיכום כל תלמיד יכתוב סיכום ויצג נושא שקשור לנושא הקורס, מתוך מאמר או טקסט מתמטי אחר (בחירת הנושא תתבצע בתיאום עם המרצה, במהלך הסמסטר).  
**דרישות קדם**: תורת המידה

(\* דרישות הקורס יכולות להשתנות במהלך השבועיים הראשונים של הסמסטר, ויש לשים לב להודעות באתר הקורס).

## נושאי לימוד ורשימה ביבליוגרפית:

### **תקציר בעברית:**

דינמיקה סימבולית הוא תחום מתמטי העוסק בסדרות של ספרות/אותיות/ביטים שהם למעשה סימנים מופשטים, המכונים "סימבולים", מנקודת המבט של מערכות דינמיות. עיקרון מנחה בסיסי הוא שבמקרים רבים ניתן לקודד ולהבין מערכות רציפות מסובכות על ידי סידרת מדידות בדידות. דוגמא בסיסית ומוכרת היא קידוד מספר ממשי כרצף אינסופי של ספרות עשרוניות. דוגמא אחרת היא קידוד מסלול של כדור ביליארד בשולחן ביליארד מצולע על ידי סידרת הדפנות בהן פוגע הכדור. במשך השנים נמצאו שימושים משמעותיים לדינמיקה סימבולית בתחומים מגוונים כגון שידור עבוד ואחסון של מידע, וכן בענפים שונים של מתמטיקה. בקורס נציג את מושגים ותוצאות שעומדות בבסיס התחום, בליווי דוגמאות מעניינות וקישורים לתחומים אחרים במתמטיקה.

נושאים:

1. הקדמה זריזה לדינמיקה טופולוגית
2. מרחבי הזזה shift spaces, subshifts
3. הזזות מטיפוס סופי subshifts of finite type and sofic shifts
4. קידוד חלון זז ואוטומטיים תאיים Cellular automata, sliding block codes
5. איזומורפיזם, שיכון ומנות (גורמים) של מרחבי הזזה, Topological conjugacy, embedding and factors of subshifts
6. אנטרופיה טופולוגית Topological entropy

# המחלקה למתמטיקה תשפ"ה 2024-2025, סמסטר ב'

נושאים נוספים ככל שהזמן יאפשר, או במסגרת עבודות סיכום אישיות:

1. מרחבי הזזה רב-ממדיים Multidimensional subshifts
2. Shift equivalence and strong shift equivalence
3. משפט השיכון של Krieger

## תקציר באנגלית:

Symbolic dynamics is a branch of mathematics that deals with sequences of characters letters or "symbols" from the point of view of dynamical systems. The basic guiding philosophy is that sometimes it is possible to code and understand complicated systems by a sequence of discrete samples. The decimal expansion of real numbers is a simple example of this kind of procedure. Techniques and ideas from symbolic dynamics have found significant applications in data storage and transmission as well as other parts of mathematics. In this course we will introduce basic notions and results in symbolic dynamics, via interesting examples. We will illustrate relations to other fields and relate to the more general frameworks of topological dynamics and ergodic theory.

Basic topics to be covered:

1. A brief introduction to topological dynamics.
2. Shift spaces (subshifts).
3. Subshifts of finite type (SFT) and sofic shifts
4. Cellular automata and sliding block codes, endomorphisms and automorphisms of shift spaces.
5. Topological conjugacy (isomorphism), embedding and factors of subshifts.
6. Topological entropy.

Possible additional topics, possibly as individual projects:

1. Multidimensional shift spaces
2. Shift equivalence and strong shift equivalence of matrices.
3. Krieger's embedding theorem.

## ביבליוגרפיה:

- **An introduction to symbolic dynamics and coding / Douglas Lind and Brian Marcus** <https://doi.org/10.1017/CBO9780511626302>
- Symbolic dynamics and its applications. Lectures of the American Mathematical Society Short Course held in San Diego, CA, January 4–5, 2002. Edited by Susan G. Williams. Proceedings of Symposia in Applied Mathematics, 60. AMS Short Course Lecture Notes. American Mathematical Society, Providence, RI, 2004. viii+156 pp. ISBN: 0-8218-3157-7 37-06 (37B10)

**המחלקה למתמטיקה**  
**תשפ"ה 2024-2025, סמסטר ב'**

- Symbolic dynamics. One-sided, two-sided and countable state Markov shifts-  
B. Kitchens
- Introduction to the Modern Theory of Dynamical systems - A. Katok and B.  
Hasselblatt

אנא פנו לסילבוס הקורס באתר קובץ הקורסים:

<https://bgu4u.bgu.ac.il/pls/scwp!/app.gate?app=ann>

# המחלקה למתמטיקה תשפ"ה 2024-2025, סמסטר ב'

שם הקורס: מבוא לדינמיקה סימבולית

מס' קורס: 2011.2.0381

אתר הקורס: [moodle2.bgu.ac.il](http://moodle2.bgu.ac.il)

המרצה: פרופ' תם מאירוביץ, [mtom@bgu.ac.il](mailto:mtom@bgu.ac.il), חדר 313, בניין 58.

שעות קבלה: [www.math.bgu.ac.il/en/teaching/hours](http://www.math.bgu.ac.il/en/teaching/hours)

## דרישות והרכב ציון הקורס\*

**הרכב הציון**: הציון יורכב מתרגילים שיוגשו במהלך הסמסטר (30%) ועבודת סיכום בסיום הקורס (70%). במסגרת עבודת הסיכום כל תלמיד יכתוב סיכום ויצג נושא שקשור לנושא הקורס, מתוך מאמר או טקסט מתמטי אחר (בחירת הנושא תתבצע בתיאום עם המרצה, במהלך הסמסטר).  
**דרישות קדם**: תורת המידה

(\* דרישות הקורס יכולות להשתנות במהלך השבועיים הראשונים של הסמסטר, ויש לשים לב להודעות באתר הקורס).

## נושאי לימוד ורשימה ביבליוגרפית:

### **תקציר בעברית:**

דינמיקה סימבולית הוא תחום מתמטי העוסק בסדרות של ספרות/אותיות/ביטים שהם למעשה סימנים מופשטים, המכונים "סימבולים", מנקודת המבט של מערכות דינמיות. עיקרון מנחה בסיסי הוא שבמקרים רבים ניתן לקודד ולהבין מערכות רציפות מסובכות על ידי סידרת מדידות בדידות. דוגמא בסיסית ומוכרת היא קידוד מספר ממשי כרצף אינסופי של ספרות עשרוניות. דוגמא אחרת היא קידוד מסלול של כדור ביליארד בשולחן ביליארד מצולע על ידי סידרת הדפנות בהן פוגע הכדור. במשך השנים נמצאו שימושים משמעותיים לדינמיקה סימבולית בתחומים מגוונים כגון שידור עבוד ואחסון של מידע, וכן בענפים שונים של מתמטיקה. בקורס נציג את מושגים ותוצאות שעומדות בבסיס התחום, בליווי דוגמאות מעניינות וקישורים לתחומים אחרים במתמטיקה.

נושאים:

1. הקדמה זריזה לדינמיקה טופולוגית
2. מרחבי הזזה shift spaces, subshifts
3. הזזות מטיפוס סופי subshifts of finite type and sofic shifts
4. קידוד חלון זז ואוטומטיים תאיים Cellular automata, sliding block codes
5. איזומורפיזם, שיכון ומנות (גורמים) של מרחבי הזזה, Topological conjugacy, embedding and factors of subshifts
6. אנטרופיה טופולוגית Topological entropy

# המחלקה למתמטיקה תשפ"ה 2024-2025, סמסטר ב'

נושאים נוספים ככל שהזמן יאפשר, או במסגרת עבודות סיכום אישיות:

1. מרחבי הזזה רב-ממדיים Multidimensional subshifts
2. Shift equivalence and strong shift equivalence
3. משפט השיכון של Krieger

## תקציר באנגלית:

Symbolic dynamics is a branch of mathematics that deals with sequences of characters letters or "symbols" from the point of view of dynamical systems. The basic guiding philosophy is that sometimes it is possible to code and understand complicated systems by a sequence of discrete samples. The decimal expansion of real numbers is a simple example of this kind of procedure. Techniques and ideas from symbolic dynamics have found significant applications in data storage and transmission as well as other parts of mathematics. In this course we will introduce basic notions and results in symbolic dynamics, via interesting examples. We will illustrate relations to other fields and relate to the more general frameworks of topological dynamics and ergodic theory.

Basic topics to be covered:

1. A brief introduction to topological dynamics.
2. Shift spaces (subshifts).
3. Subshifts of finite type (SFT) and sofic shifts
4. Cellular automata and sliding block codes, endomorphisms and automorphisms of shift spaces.
5. Topological conjugacy (isomorphism), embedding and factors of subshifts.
6. Topological entropy.

Possible additional topics, possibly as individual projects:

1. Multidimensional shift spaces
2. Shift equivalence and strong shift equivalence of matrices.
3. Krieger's embedding theorem.

## ביבליוגרפיה:

- **An introduction to symbolic dynamics and coding / Douglas Lind and Brian Marcus** <https://doi.org/10.1017/CBO9780511626302>
- Symbolic dynamics and its applications. Lectures of the American Mathematical Society Short Course held in San Diego, CA, January 4–5, 2002. Edited by Susan G. Williams. Proceedings of Symposia in Applied Mathematics, 60. AMS Short Course Lecture Notes. American Mathematical Society, Providence, RI, 2004. viii+156 pp. ISBN: 0-8218-3157-7 37-06 (37B10)

**המחלקה למתמטיקה**  
**תשפ"ה 2024-2025, סמסטר ב'**

- Symbolic dynamics. One-sided, two-sided and countable state Markov shifts-  
B. Kitchens
- Introduction to the Modern Theory of Dynamical systems - A. Katok and B.  
Hasselblatt

אנא פנו לסילבוס הקורס באתר קובץ הקורסים:

<https://bgu4u.bgu.ac.il/pls/scwp!/app.gate?app=ann>



## Course topics