

חדו"א 1 לתלמידי מדעי המחשב והנדסת תוכנה, 201-1-2361 – בוחן 2

תאריך הבחינה:	28/01/2021
שם המרצה:	ד"ר דניס גולקו
שם הקורס:	חדו"א 1 לתלמידי מדעי המחשב והנדסת תוכנה
מספר הקורס:	201-1-2361
שנה: תשפ"א	סמסטר: אביב מועד: <u>בוחן 2</u>
משך הבחינה:	שעתיים
חומר עזר:	אין, ואסור להשתמש במחשבון

(1) בבוחן זה 3 שאלות. יש לענות על כל השאלות. הניקוד של כל שאלה מצויין ליד מספר השאלה. את תשובותיכם יש לכתוב על טופס הבחינה, במקום המיועד לכך. מחברות הטיוטא יישלחו לגריסה.

(2) סך הניקוד בבחינה הוא 110, אבל הציון המקסימלי בבחינה הוא 100,

לכן גם אם תקבלו ניקוד מעל 100, הציון עדיין יהיה 100.

(3) עליכם לנמק היטב את כל שלבי הפתרון. יינתן ניקוד חלקי במקרים מתאימים.

(4) מותר לכתוב משני צידי הדף, כמו כן יש עמוד נוסף בסוף הבוחן, לשימוש אם אין לכם מספיק מקום

בשאלה מסויימת. במקרה זה יש לציין בצורה מפורשת שיש המשך פתרון בסוף הבחינה.

(5) אין לכתוב בעט אדום!

בהצלחה!

1. (44 נק') שני הסעיפים הבאים אינם קשורים זה לזה:

(א) (22 נק') נגדיר סדרה $(a_n)_{n=1}^{\infty}$ באופן הבא: $a_1 = 2021$ ולכל $n \geq 1$ נסמן $a_{n+1} = \frac{2a_n}{a_n^2 + 1}$.

הוכיחו שהסדרה מתכנסת וחשבו את גבולה.

(ב) (22 נק') מצאו את כל הגבולות החלקיים של הסדרה $a_n = (-1)^n \sqrt[n]{n^2} + \frac{1}{n} \sin \frac{n\pi}{2}$

2. (30 נק') חשבו את הגבולות הבאים: (10 נק' כל סעיף)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2^n + 1}{2^n - 1} \right)^{2^n} \quad (\text{ב}) \qquad \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^3 + n^2 + 1} - \sqrt{n^3 - n^2 + 2}}{\sqrt{n + 1}} \quad (\text{א})$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{\sqrt[3]{n^3 + \sqrt{1}}} + \frac{1}{\sqrt[3]{n^3 + \sqrt{2}}} + \dots + \frac{1}{\sqrt[3]{n^3 + \sqrt{n}}} \right) \quad (\text{ג})$$

3. (36 נק') בשלושת הסעיפים הבאים, קבעו אם הטענה נכונה. אם כן - הוכיחו אותה. אם לא - הציגו דוגמא נגדית או נימוק הסותרים את הטענה:

(א) (12 נק') אם $(a_n)_{n=1}^{\infty}$ סדרה מתכנסת במובן הרחב ו- $(b_n)_{n=1}^{\infty}$ לא מתכנסת במובן הרחב, אז הסדרה $(a_n b_n)_{n=1}^{\infty}$ לא מתכנסת במובן הרחב.

(ב) (12 נק') אם $(a_n)_{n=1}^{\infty}$ ו- $(b_n)_{n=1}^{\infty}$ שתי סדרות חיוביות ונניח ששתי הסדרות: $(a_n b_n)_{n=1}^{\infty}$ ו- $\left(\frac{a_n}{b_n}\right)_{n=1}^{\infty}$ מתכנסות במובן הרגיל אז גם שתי הסדרות $(a_n)_{n=1}^{\infty}$ ו- $(b_n)_{n=1}^{\infty}$ מתכנסות במובן הרגיל.

(ג) (12 נק') נגדיר סדרה $(a_n)_{n=1}^{\infty}$ באופן הבא: $a_n = \frac{(-1)^n}{n} + \frac{1 + (-1)^n}{2}$. אזי $(a_n)_{n=1}^{\infty}$ מתכנסת.

