



תרגיל 9 בחדו"א 1 לתלמידי מדעי המחשב והנדסת תוכנה, 201-1-2361

1. השתמשו בהגדרת הנגזרת והוכיחו: נגזרת של פונקציה זוגית היא אי-זוגית, ונגזרת של פונקציה אי-זוגית היא זוגית, בתנאי שפונקציות אלה הן גזירות.

2. חקרו את הגזירות של הפונקציות הבאות:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x-1}{4}(x+1)^2 & x \leq 1 \\ |x| - 1 & x > 1 \end{cases} \quad (\text{א})$$

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{1-e^{-x^2}} & (\text{ב}) \\ x^2 & x \in \mathbb{Q} \\ 0 & x \notin \mathbb{Q} \end{cases} \quad (\text{ג})$$

3. האם לפונקציה $f(x) = \begin{cases} x^3 \arctan \frac{1}{x} & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$ נגזרת רציפה ב $x=0$?

4. תהא $F(x) = \begin{cases} f(x) & x \leq x_0 \\ ax+b & x > x_0 \end{cases}$ כאשר הפונקציה $f(x)$ גזירה משמאל בנקודה x_0 . עבור אילו ערכי a, b הפונקציה $F(x)$ גזירה בנקודה x_0 ?

5. הוכיחו כי אם הפונקציה $f(x)$ מקיימת את המשוואה הדיפרנציאלית $y' + \lambda \cdot y = 0$ כאשר $\lambda \in \mathbb{R}$ קבוע נתון, אזי היא בעלת הצורה $f(x) = C \cdot e^{-\lambda x}$ כאשר C קבוע כלשהו. (רמז: התבוננו ב $(f(x) \cdot e^{\lambda x})'$).

6. תהא פונקציה גזירה בקטע $[a, b]$ ומתקיים $f'(a) \cdot f'(b) < 0$. הוכיחו שקיימת $c \in (a, b)$ כך ש $f'(c) = 0$.