חדו"א 1 לתלמידי מדעי המחשב והנדסת תוכנה, 201-1-2361 – מועד ב'

תאריך הבחינה:	30/04/2021
שם המרצה:	ד"ר דניס גולקו
שם הקורס:	חדו"א 1 לתלמידי מדמ"ח
מספר הקורס:	201-1-2361
שנה: תש"פ	סמסטר: א' מועד: ב'
משך הבחינה:	שלוש שעות
חומר עזר:	דף נוסחאות דו-צדדי בגודל A4 מחשבון פשוט

(1) במבחן זה 5 שאלות. יש לענות על 4 מתוכן.
הניקוד על כל השאלות זהה ושווה 25 נק'.
במידה ותענו על כל השאלות, ייחשבו רק 4 השאלות שבהן צברתם ניקוד גבוה יותר.

(2) יש להשיב על השאלות בטופס הבחינה בלבד!
מחברות הטיוטא יישלחו לגריסה.

(3) מותר לכתוב משני צידי הדף, כמו כן יש עמוד נוסף בסוף המבחן, לשימוש אם אין לכם מספיק מקום בשאלה מסויימת.
במקרה זה יש לציין בצורה מפורשת שיש המשך פתרון בסוף הבחינה.

(4) אין לכתוב בעט אדום!

בהצלחה!

1. (א) (5 נק') תהא $x_n = (-1)^{n+1}\frac{1}{n} + (-1)^n\frac{2n+1}{n}$. חשבו את $\varliminf_{n\to\infty} x_n$ ואת $\varlimsup_{n\to\infty} x_n$

(ב) הוכיחו או הפריכו את שתי הטענות הבאות:

i. (10 נק') אם שתי הסדרות $(a_n)_{n=1}^{\infty}$ ו־ $(b_n)_{n=1}^{\infty}$ מתכנסות אזי הסדרה $\left(a_n^2 b_n\right)_{n=1}^{\infty}$ מתכנסת.

ii. (10 נק') אם שתי הסדרות $(a_n)_{n=1}^{\infty}$ ו־ $(b_n)_{n=1}^{\infty}$ מתכנסות אזי הסדרה $\left(\frac{a_n^2}{b_n}\right)_{n=1}^{\infty}$ מתכנסת.

2. (א) חקרו את התכנסות הטורים הבאים:

i. (8 נק') $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin\left(\frac{1}{n}\right)}{n^{0.1}}$

ii. (8 נק') $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2+n-1}{4^n}$

(ב) (9 נק') הוכיחו או הפריכו: אם הטורים $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ ו־ $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ מתכנסים אזי גם $\sum_{n=1}^{\infty} a_n b_n$ מתכנס.

3. (א) תהא $f(x)=\begin{cases} \sin x+\cos x & x>0 \\ ax+b & x\le 0 \end{cases}$

i. (8 נק') לאילו ערכים של a,b $f(x)$ רציפה ב־$\mathbb{R}$?

ii. (8 נק') לאילו ערכים של a,b $f(x)$ גזירה ב־$\mathbb{R}$? עבור ערכים אלה חשבו את $f'(0)$.

(ב) (9 נק') הוכיחו כי למשוואה $x^3+\frac{3}{2}x^2-\frac{1}{10}=0$ יש שלושה פתרונות שונים ב־$\mathbb{R}$.

4. (א) חשבו את הגבולות הבאים:

i. (7 נק') $\lim_{n\to\infty}\left(n-n^3\ln\left(1+\frac{1}{n}\right)\right)$

ii. (7 נק') $\lim_{x\to 0}\left(\frac{\tan x}{x}\right)^{\frac{1}{x^2}}$.

(ב) (11 נק') מצאו את הערך הגדול ביותר ואת הערך הקטן ביותר של $f(x)=x^2\ln x$ בקטע $[1,e]$.

5. (א) (8 נק') מצאו מספר רציונאלי $q \in \mathbb{Q}$ כך ש $\left|\sqrt{27}-q\right| < 10^{-2}$.

(ב) (9 נק') נסמן: $a = 2022 - 2\arctan(1011)$, $b = 2020 - 2\arctan(1010)$ ו־ $c = 2018 - 2\arctan(1009)$. קבעו מה מהבאים מתקיים: $a-b > b-c$, $a-b = b-c$ או $a-b < b-c$? נמקו! (רמז: סמנו $f(x) = 2x - 2\arctan(x)$)

(ג) (8 נק') תהא $f(x)$ פונקציה רציפה בנקודה $a \neq 0$. חשבו את $\lim\limits_{x\to a} \dfrac{\int_a^{x^2} f(t)dt}{x(x-a)}$.