

חדו"א 1 לתלמידי מדעי המחשב והנדסת תוכנה, 201-1-2361 – מועד א'

תאריך הבחינה:	16/03/2020
שם המרצה:	ד"ר דניס גולקו
שם הקורס:	חדו"א 1 לתלמידי מדמ"ח
מספר הקורס:	201-1-2361
שנה: תש"פ	סמסטר: א' מועד: א'
משך הבחינה:	שלוש שעות
חומר עזר:	דף נוסחאות דו-צדדי בגודל A4 מחשבון פשוט

(1) במבחן זה 5 שאלות. יש לענות על 4 מתוכן.

הניקוד על כל השאלות זהה ושווה 25 נק'.

במידה ותענו על כל השאלות, ייחשבו רק 4

השאלות שבהן צברתם ניקוד גבוה יותר.

(2) יש להשיב על השאלות בטופס הבחינה בלבד!

מחברות הטייטא יישלחו לגריסה.

(3) מותר לכתוב משני צידי הדף, כמו כן יש עמוד

נוסף בסוף המבחן, לשימוש אם אין לכם מספיק מקום בשאלה מסויימת.

במקרה זה יש לציין בצורה מפורשת שיש המשך פתרון בסוף הבחינה.

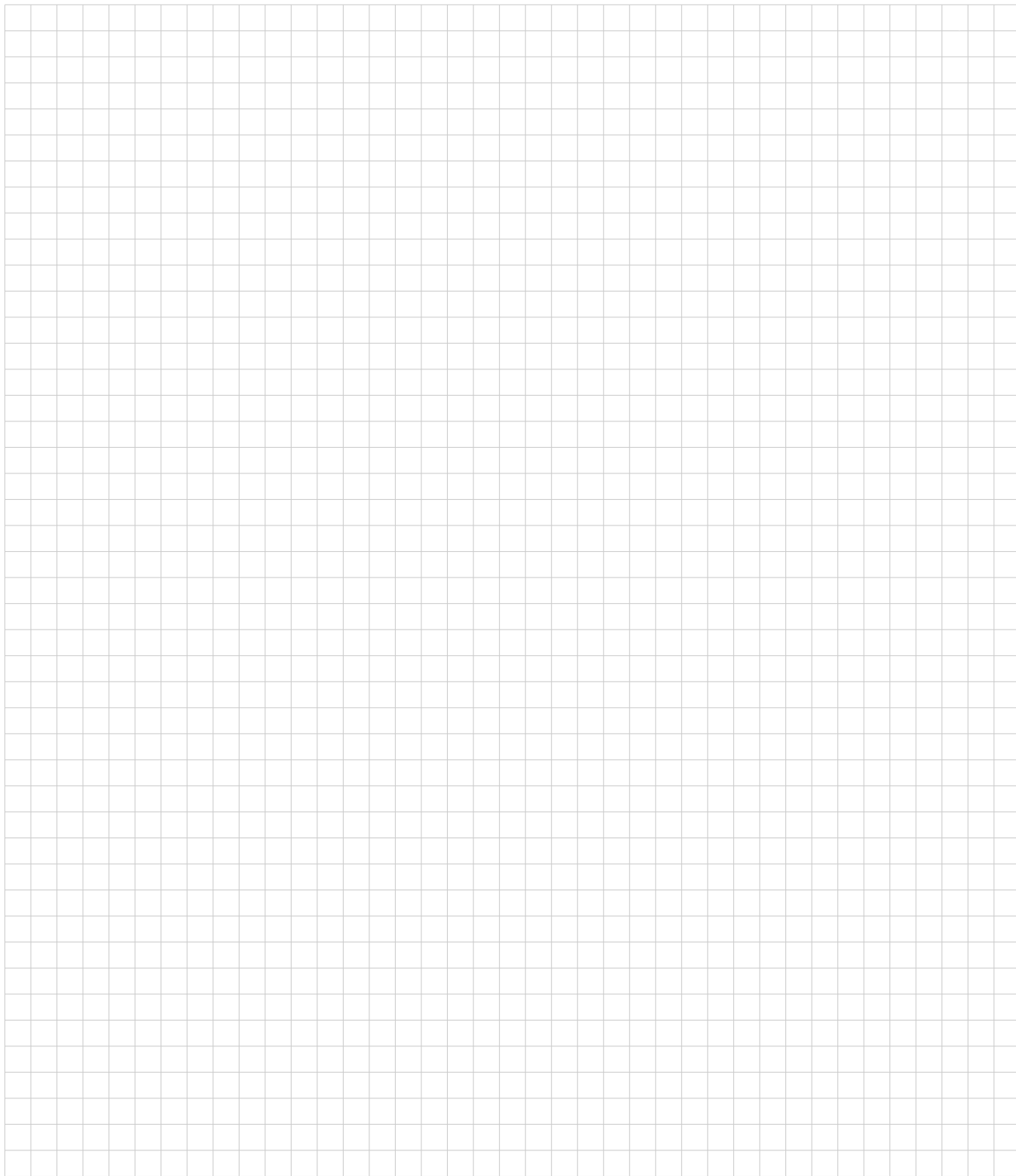
(4) אין לכתוב בעט אדום!

בהצלחה!

1. (א) (5 נק') תהא $x_n = \frac{n}{n+1} \sin^2\left(\frac{n\pi}{4}\right)$ חשבו את $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n$ ואת $\overline{\lim}_{n \rightarrow \infty} x_n$

(ב) (10 נק') תהיינה $(a_n)_{n=1}^\infty$ ו- $(b_n)_{n=1}^\infty$ שתי סדרות. הוכיחו כי $\overline{\lim}_{n \rightarrow \infty} a_n + \overline{\lim}_{n \rightarrow \infty} b_n \geq \overline{\lim}_{n \rightarrow \infty} (a_n + b_n)$

(ג) (10 נק') תהיינה $(a_n)_{n=1}^\infty$ ו- $(b_n)_{n=1}^\infty$ שתי סדרות. הוכיחו כי $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n + \overline{\lim}_{n \rightarrow \infty} b_n \leq \overline{\lim}_{n \rightarrow \infty} (a_n + b_n)$



2. (א) חקרו את התכנסות הטורים הבאים:

ii. (8 נק') $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(\frac{5}{2})^n n!}{n^n}$

i. (8 נק') $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\log(n^n)}{5 + (-1)^n \cos n - \frac{\sin n}{n}}$

(ב) (9 נק') מצאו את סכום הטור $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+3)}$

$$3. \text{ (א) תהא } \begin{cases} x^{10} \sin\left(\frac{9}{x^5}\right) + \frac{2e^{x^3} - 2}{x^2} & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$$

- i. (8 נק') האם $f(x)$ רציפה בנקודה $x = 0$? האם היא גזירה בנקודה $x = 0$?
- ii. (8 נק') במידה ו- $f'(0)$ קיימת, האם $f'(x)$ רציפה בנקודה $x = 0$? במידה ו- $f'(0)$ לא קיימת, האם לפחות אחת מהנגזרות החד-צדדיות קיימת בנקודה $x = 0$?

(ב) (9 נק') הוכיחו כי למשוואה $x^3 - 4x^2 + 10x + 1 = 0$ קיים פתרון והוא יחיד ב- \mathbb{R} .

4. (א) חשבו את הגבולות הבאים:

i. (7 נק') $\lim_{n \rightarrow \infty} n^3 \left(\sin \left(\frac{1}{n} \right) - \frac{1}{n} \right)$

ii. (7 נק') $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + x^2)^{\cot^2 x}$

(ב) (11 נק') נסמן $a = \operatorname{arccot}(2023) - \operatorname{arccot}(2021)$ ו- $b = \operatorname{arccot}(2021) - \operatorname{arccot}(2019)$. תשובה ללא הוכחה לא תזכה בניקוד) איזה מספר גדול יותר: a או b ? (הוכיחו את תשובתכם. תשובה ללא הוכחה לא תזכה בניקוד)

5. (א) (8 נק') מצאו מספר רציונאלי $q \in \mathbb{Q}$ כך ש $|\sqrt[3]{8.1} - q| < 10^{-4}$.

(ב) (9 נק') חקרו נקודות קיצון ותחומי מונוטוניות של הפונקציה $g(x) = \int_0^{\sqrt[3]{x}} \sqrt{t^6 + 1} dt$

(ג) (8 נק') חשבו את הגבול $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^{\tan x} t \sin(3t) dt}{x^3 + 1 - \cos(x^2)}$

