



בחינה בחשבון אינפיניטסימלי 2, תאריך 11.01.2019, מועד א'
מספר הקורס: 201-1-0021, תוכנית אקדמיזציה לטייס
המרצה: ד"ר ארקדי ליידרמן

- משך הבחינה: 3 שעות
- יש לענות על 4 מתוך 5 שאלות. משקל של כל שאלות הוא 25 נקודות.
- יש לנמק ולהוכיח את כל טענותיכם!
- אין להשתמש בחומר עזר פרט למחשבוני פשוט ללא צג גרפי.
- בכל שאלה/סעיף ניתן לכתוב "לא יודע" ולקבל 20% מהנקודות. הציון הסופי של שאלה יהיה מעוגל מעלה.
- שאלות/סעיפים בהם כתבתם "לא יודע" לא ייבדקו.

מספר הנבחן _____

שאלה 1

(25 נקודות) נתון כי פונקציה $f(x): [1, \infty) \rightarrow R$ גזירה ו- $f(x)$ בעלת התכונות הבאות: $f(1) = 1$

ונגזרת מקיימת $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) \leq 1 + \frac{\pi}{4}$ הוכיחו כי לכל x $f'(x) = \frac{1}{x^2 + (f(x))^{2018}}$

שאלה 2 (25 נקודות) נתון כי פונקציה $f(x)$ רציפה ואינטגרל הלא אמתי מתכנס. $\int_0^{\infty} f(x) dx$

הוכיחו כי קיימת סדרה $\{x_n\}_{n=1}^{\infty}$ כך ש- $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = \infty$ ו- $\lim_{n \rightarrow \infty} f(x_n) = 0$

שאלה 3 נתון הטור $S(x) = \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n (\ln n)^x}$

- (א) (10 נקודות) חקרו האם הטור מתכנס במידה שווה בתחום $X = \{x : x > 1\}$.
(ב) (15 נקודות) הוכיחו שפונקציה $S(x)$ מוגדרת ורציפה לכל $x > 1$.

שאלה 4 נתונה הפונקציה $f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^3 + y^3}{2x^2 + y^2}, & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0, & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$

- (א) (10 נקודות) הוכיחו כי פונקציה $f(x, y)$ רציפה בראשית.
(ב) (15 נקודות) חקרו האם פונקציה $f(x, y)$ דיפרנציאבילית בראשית.

שאלה 5 (25 נקודות) נתונה הפונקציה $f(x, y) = x^4 - x^2 + 2xy + y^2$

- (א) (10 נקודות) מצאו את נקודות אקסטremום המקומי של הפונקציה וקבעו את סוגיהן של פונקציה $f(x, y)$.
(ב) (15 נקודות) מצאו את הערך הגדול ביותר והערך הקטן ביותר של הפונקציה במשולש $D = \{(x, y) : x + y \leq 2; 0 \leq x; 0 \leq y\}$

בהצלחה!

11.01.2019 , 2 האות' 2

11.01.2019 , 2 האות' 2

$f(x) > f(1) = 1$ נטו, $f'(x) = \frac{1}{x^2 + (f(x))^{2018}} < \frac{1}{x^2 + 1}$ כן $x > 1$ 11.01.2019

$$f'(x) = \frac{1}{x^2 + (f(x))^{2018}} < \frac{1}{x^2 + 1} \quad \text{כן } x > 1$$

$$1 < x \text{ כן } \int_1^x f'(t) dt < \int_1^x \frac{1}{t^2 + 1} dt < \frac{\sqrt{x}}{4} \quad \text{כן } \text{למקום } \text{המשפט}$$

$$1 < x \text{ כן } f(x) - f(1) < \arctan(x) - \arctan(1) \quad \text{"1"} \quad \text{"}\frac{\sqrt{x}}{4}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) \leq \lim_{x \rightarrow \infty} \arctan(x) - \frac{\sqrt{x}}{4} + 1 = \frac{\pi}{2} - \frac{\sqrt{x}}{4} + 1 = \frac{\pi}{4} + 1$$

כאשר $f(x)$ $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$ $\frac{\pi}{4} + 1$

3 האות' 3, 4 2, 11.01.2019

2016 האות' 3 3, 11.01.2019

2008 האות' 5 5, 11.01.2019