



קורס: חדו"א 2 לתלמידי מדעי המחשב והנדסת תוכנה, תאריך 09.06.2024
מספר הקורס: 201.1.2371, תוכנית אקדמיזציה לטייס
מרצה: פרופ' ארקדי ליידרמן

- משך הבחינה: 2 שעות
- יש לענות על כל 3 שאלות.
- יש לנמק ולהוכיח את כל טענותיכם!
- אין להשתמש בחומר עזר פרט למחשבון פשוט ללא צג גרפי.
- בכל שאלה/סעיף ניתן לכתוב "לא יודע/ לא יודעת" ולקבל 20% מהנקודות.
- שאלות/סעיפים בהם כתבתם "לא יודע/ לא יודעת" לא ייבדקו.

מספר הנבחן _____

שאלה 1

(30 נק') תהי פונקציה $f(t)$ אינטגרבילית בקטע $[0,1]$. הוכיחו שקיימת נקודה $x \in [0,1]$

$$\text{כך שמתקיים שוויון } \int_0^x f(t) dt = \int_{\sin(\frac{\pi}{2}x)}^1 f(t) dt$$

שאלה 2

חשבו את האינטגרלים הלא מסוימים הבאים

א. (15 נק') $\int \sin(\ln x) dx$ ב. (15 נק') $\int \frac{8x+1}{(x-2)^2(x^2+4x+5)} dx$

שאלה 3 תהי עקומה Γ מוגדרת בצורה פרמטרית: $\Gamma = \{(x(t), y(t)) : t \in [-\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{6}]\}$

$$\text{כאשר } x(t) = \int_0^t \sqrt{1+2\sin u} du, \quad y(t) = \cos t$$

- א. (20 נק') מצאו שטח של תחום מישורי שחסום על ידי עקומה Γ וציר x .
ב. (20 נק') מצאו אורך של עקומה Γ .

בהצלחה!

09.06.2024

מחזוריות של פונקציות

$[a, b]$ פונקציה $f(t)$ פונקציה $F(x) = \int_a^x f(t) dt$ פונקציה $\sin(\frac{\pi}{2}x)$

$$\int_1^7 f(t) dt = \int_{\sin(\frac{\pi}{2}x)}^7 f(t) dt$$

$[0, 1]$ פונקציה $f(x)$ פונקציה $\sin(\frac{\pi}{2}x)$ פונקציה $\varphi(x)$

$$\varphi(x) = \int_0^x f(t) dt - \int_{\sin(\frac{\pi}{2}x)}^1 f(t) dt$$

$$\varphi(0) = 0 - \int_0^1 f(t) dt$$

$$\varphi(1) = \int_0^1 f(t) dt - 0$$

"פונקציה" $\varphi(x) = 0$ $\varphi(0) = -\varphi(1)$

פונקציה $\varphi(x) = 0$ $x \in [0, 1]$

$$\int \sin(lux) dx = \left\{ \begin{array}{l} lux = t \\ x = e^t \\ dx = e^t dt \end{array} \right\} = \int \sin t e^t dt \quad (K) \quad \frac{2 \text{ דפוס}}$$

$$I = \int \sin t e^t dt = \int \{ \text{פונקציה} \} = \sin t \cdot e^t - \int \cos t e^t dt =$$

$$= \sin t \cdot e^t - (\cos t \cdot e^t + \int \sin t \cdot e^t dt)$$

$$2I = (\sin t - \cos t) e^t \Rightarrow I = \frac{1}{2} (\sin(lux) - \cos(lux)) x + C \quad (2)$$

$$\frac{8x+1}{(x-2)^2(x^2+4x+5)} = \frac{8x+1}{(x^2-4x+4)(x^2+4x+5)} = \frac{1}{x^2-4x+4} - \frac{1}{x^2+4x+5}$$

$$\int \frac{8x+1}{(x-2)^2(x^2+4x+5)} dx = \int \frac{1}{(x-2)^2} dx - \int \frac{1}{(x+2)^2+1} dx =$$

$$= -\frac{1}{x-2} - \arctg(x+2) + C$$

11c

(11) 3 \Rightarrow 8 11c

$$S = \int_a^b y(x) dx = \int_{\gamma} x = x(t) \gamma =$$

$$\int_{-\pi/6}^{\pi/6} y(t) x'(t) dt = \int_{-\pi/6}^{\pi/6} \cos t \sqrt{1+2\sin t} dt = \left. \begin{array}{l} \sin t = s \\ \end{array} \right\}$$

$$= \int_{-1/2}^{1/2} \sqrt{1+2s} ds = \frac{1}{3} (1+2s)^{3/2} \Big|_{-1/2}^{1/2} = \frac{2}{3} \sqrt{2}$$

111c β

$$L = \int_a^b \sqrt{[x'(t)]^2 + [y'(t)]^2} dt = \quad (11)$$

$$= \int_{-\pi/6}^{\pi/6} \sqrt{1+2\sin t + \sin^2 t} dt = \int_{-\pi/6}^{\pi/6} \sqrt{(1+\sin t)^2} dt =$$

$$= \int_{-\pi/6}^{\pi/6} (1+\sin t) dt = (t - \cos t) \Big|_{-\pi/6}^{\pi/6} = \frac{\pi}{3}$$