מבחן בחדו"א א' 2, מועד ב'.
מספר הקורס: 201.1.0021
המרצים: ד"ר איליה טיומקין וד"ר ארקדי ליידרמן

- משך המבחן: שעתיים וחצי
- הציון המקסימאלי במבחן הוא 40.
- <u>אין להשתמש בכל חומר עזר שהוא לרבות מחשבונים</u>.
- במבחן ישנן תשע שאלות אמריקאיות (בחירה מרובה). תשובה נכונה על כל אחת מהשאלות תזכה אתכם בחמש נקודות, תשובה לא נכונה תוריד חצי נקודה, ותשובה "לא יודע(ת)" תזכה בנקודה אחת. לצורך חישוב הציון נבחר את שמונה השאלות בהן צברתם נקוד מקסימאלי, נעגל את מספר הנקודות שצברתם בשאלות אלו כלפי מעלה, ובמידה ומספר זה יהיה שלילי נחליפו באפס. המספר המתקבל יהיה ציון המבחן.
- <u>את התשובות יש לסמן בטופס התשובות: תשובה אחת בלבד לכל שאלה, תשובות מרובות תפסלנה! נא לא לנמק את התשובות!</u>

בהצלחה!

טופס התשובות

	שאלה 1	שאלה 2	שאלה 3	שאלה 4	שאלה 5	שאלה 6	שאלה 7	שאלה 8	שאלה 9
א									
ב									
ג									
ד									
לא יודע(ת)									

שאלה 1

נתון טור חזקות עם מקדמים מרוכבים $s(z)=\sum_{n=0}^{\infty}a_nz^n$. איזה מהתרחישים הבאים **אינּנו** אפשרי:

א. $s(z)$ מתכנס אם ורק אם $|z|<1$.
ב. $s(z)$ מתבדר לכל $z\neq 0$.
ג. $s(1+i)$ מתכנס אך $s(2)$ מתבדר.
ד. $s(2)$ מתכנס אך $s(1+i)$ מתבדר.

שאלה 2

מי מבין הטענות הבאות נכונה:

א. הגבול $\lim_{(x,y)\to(0,0)}\frac{\sin x\tan y}{(x^2+y^2)^\alpha}$ קיים אם ורק אם $\alpha>1$.
ב. הגבול $\lim_{(x,y)\to(0,0)}\frac{\sin x\tan y}{(x^2+y^2)^\alpha}$ קיים אם ורק אם $\alpha<1$.
ג. הגבול $\lim_{(x,y)\to(0,0)}\frac{\sin x\tan y}{(x^2+y^2)^\alpha}$ קיים אם ורק אם $\alpha>\pi$.
ד. הגבול $\lim_{(x,y)\to(0,0)}\frac{\sin x\tan y}{(x^2+y^2)^\alpha}$ קיים אם ורק אם $\alpha<\pi$.

שאלה 3

עבור איזו X הטענה הבאה נכונה: *לכל פונקציה רציפה $f:X\to\mathbb{R}$ הקבוצה $f(X)=\{f(x)|x\in X\}\subseteq\mathbb{R}$ היא קטע סגור?*

א. $X=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2|x^2+y^2<1\}$
ב. $X=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2|x^2+y^2\geq 1\}$
ג. $X=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2|1\leq x^2+y^2\leq 2\}$
ד. $X=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2|x^2+y^2\leq 4$ וגם $xy\geq 1\}$

שאלה 4

מי מבין הטענות הבאות נכונה:

א. $\int_0^1\sin(\ln x)\,dx=\frac{1}{2}$
ב. $\int_0^1\sin(\ln x)\,dx=-\frac{1}{2}$
ג. לאינטגרל הלא אמתי $\int_0^1\sin(\ln x)\,dx$ יש משמעות, והוא מתבדר.
ד. לאינטגרל הלא אמתי $\int_0^1\sin(\ln x)\,dx$ אין משמעות כי קיים $0<\epsilon<1$ עבורו הפונקציה $\sin(\ln x)$ אינה אינטגרבילית בקטע $[\epsilon,1]$.

שאלה 5

נתונה סדרת פונקציות $f_n(x)=e^{-(x+n)^2}$. אז בהכרח מתקיים:

א. הסדרה מתכנסת במ"ש בכל $\mathbb{R}$.
ב. הסדרה מתכנסת בכל $\mathbb{R}$, אך אינה מתכנסת במ"ש בכל קטע $(a,b)\subseteq\mathbb{R}$.
ג. הסדרה מתכנסת בכל $\mathbb{R}$, ומתכנסת במ"ש בכל קרן מהצורה $[a,\infty)$.
ד. הסדרה מתכנסת בכל $\mathbb{R}$, ומתכנסת במ"ש בכל קרן מהצורה $(-\infty,a]$.

שאלה 6

תהי $f\colon [1,\infty) \to \mathbb{R}$ פונקציה עבורה האינטגרל $\int_1^\infty f(x)dx$ מתכנס. מי מבין הטענות הבאות בהכרח נכונה:

א. האינטגרל $\int_1^\infty f(x^2)dx$ מתכנס.
ב. האינטגרל $\int_1^\infty f^2(x)dx$ מתכנס.
ג. האינטגרל $\int_1^\infty f(\sqrt{x})dx$ מתכנס.
ד. אם f חיובית אז האינטגרל $\int_1^\infty \sqrt{f(x)}dx$ מתכנס.

שאלה 7

תהינה $f,g\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ פונקציות אנליטיות. **<u>כמה</u>** מהטענות הבאות נכונות:

- $\max\{f,g\}$ היא פונקציה אנליטית.
- אם $f\left(\frac{1}{n}\right) = g\left(\frac{1}{n}\right)$ לכל n טבעי אז $f = g$.
- אם $f(n) = g(n)$ לכל n טבעי אז $f = g$.
- fg היא פונקציה אנליטית.

א. 1
ב. 2
ג. 3
ד. 4

שאלה 8

תהי $f\colon [0,1] \to \mathbb{R}$ פונקציה. **<u>כמה</u>** מבין הטענות הבאות שקולות לטענה "*f היא פונקציה קבועה*":

- *קיים $\delta > 0$ כך שלכל $\epsilon > 0$ ולכל חלוקה P של הקטע $[0,1]$ מתקיים: אם $\lambda(P) < \delta$ אז $\Omega(f;P) < \epsilon$.*
- *לכל $\delta > 0$ קיים $\epsilon > 0$ כך שלכל חלוקה P של הקטע $[0,1]$ מתקיים: אם $\lambda(P) < \delta$ אז $\Omega(f;P) < \epsilon$.*
- *לכל $\epsilon > 0$ קיים $\delta > 0$ כך שלכל חלוקה P של הקטע $[0,1]$ מתקיים: אם $\lambda(P) < \delta$ אז $\Omega(f;P) < \epsilon$.*
- *קיים $\epsilon > 0$ וקיים $\delta > 0$ כך שלכל חלוקה P של הקטע $[0,1]$ מתקיים: אם $\lambda(P) < \delta$ אז $\Omega(f;P) < \epsilon$.*

א. 1
ב. 2
ג. 3
ד. 4

שאלה 9

תהי $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ פונקציה, ותהי $A \subseteq \mathbb{R}$ קבוצת כל נקודות אי הרציפות של f. **<u>כמה</u>** מהטענות הבאות נכונות:

- אם $f \in R[a,b]$ לכל $a < b$ אז הסגור של A שווה ל- A.
- אם $\partial A = \emptyset$ אז $f \in R[a,b]$ לכל $a < b$.
- אם $f \in R[a,b]$ לכל $a < b$ אז $int(A) = \emptyset$.
- אם $\mu(A) = 0$ אז $f \in R[a,b]$ לכל $a < b$.

א. 1
ב. 2
ג. 3
ד. 4