



מבחן בחדו"א א' 2, מועד א'. מספר הקורס: 201.1.0021 המרצים: ד"ר איליה טיומקין וד"ר ארקדי לייזרמן

- משך המבחן: שעתיים וחצי
- הציון המקסימאלי במבחן הוא 40.
- אין להשתמש בכל חומר עזר שהוא לרבות מחשבוני.
- במבחן ישנן תשע שאלות אמריקאיות (בחירה מרובה). תשובה נכונה על כל אחת מהשאלות תזכה אתכם בחמש נקודות, תשובה לא נכונה תוריד חצי נקודה, ותשובה "לא יודע(ת)" תזכה בנקודה אחת. לצורך חישוב הציון נבחר את שמונה השאלות בהן צברתם נקוד מקסימאלי, נעגל את מספר הנקודות שצברתם בשאלות אלו כלפי מעלה, ובמידה ומספר זה יהיה שלילי נחליפו באפס. המספר המתקבל יהיה ציון המבחן.
- את התשובות יש לסמן בטופס התשובות: תשובה אחת בלבד לכל שאלה, תשובות מרובות תפסלנה! נא לא לנמק את התשובות!

בהצלחה!

טופס התשובות

שאלה 9	שאלה 8	שאלה 7	שאלה 6	שאלה 5	שאלה 4	שאלה 3	שאלה 2	שאלה 1	
									א
									ב
									ג
									ד
									לא יודע(ת)

שאלה 1

נתון טור חזקות עם מקדמים מרוכבים $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n!(3+4i)^n}{n^n} z^n$ בעל רדיוס התכנסות R . אז

א. $\frac{e}{R} = 3 + 4i$

ב. $\frac{e}{R} = 5$

ג. $\frac{e}{R} = 7$

ד. $\frac{e}{R} = 12i$

שאלה 2

מי מבין הטענות הבאות נכונה:

א. $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^3 y}{x^6 + y^2} = 0$

ב. $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^3 y}{x^6 + y^2} = 1$

ג. $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^3 y}{x^6 + y^2} = \frac{1}{2}$

ד. הגבול $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^3 y}{x^6 + y^2}$ אינו קיים

שאלה 3

עבור איזו מהקבוצות הבאות הטענה הבאה נכונה: כל פונקציה רציפה $f: X \rightarrow \mathbb{R}$ מקבלת מקסימום ב- X

א. $X = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \geq 1\}$

ב. $X = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^3 + y^3 = 0\}$

ג. $X = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^4 + y^4 \leq 1\}$

ד. $X = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^5 + y^5 \neq 0\}$

שאלה 4

יהי $\alpha > 0$ ותהי $f: [0,1] \rightarrow \mathbb{R}$ פונקציה רציפה. אז

א. $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^\alpha \int_x^1 \frac{f(t) dt}{t^{\alpha+1}} = \frac{f(0)}{\alpha}$

ב. $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^\alpha \int_x^1 \frac{f(t) dt}{t^{\alpha+1}} = \alpha f(0)$

ג. $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^\alpha \int_x^1 \frac{f(t) dt}{t^{\alpha+1}} = \alpha + f(0)$

ד. $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^\alpha \int_x^1 \frac{f(t) dt}{t^{\alpha+1}} = 0$

שאלה 5

נתון טור הפונקציות המתכנס במ"ש בקטע $[0,1]$. אז בהכרח מתקיים:

א. טור הפונקציות $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n u_n(x)$ מתכנס במ"ש בקטע $[0,1]$.

ב. טור הפונקציות $\sum_{n=1}^{\infty} [u_n(x)]^2$ מתכנס במ"ש בקטע $[0,1]$.

ג. טור הפונקציות $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{u_n(x)}{n}$ מתכנס במ"ש בקטע $[0,1]$.

ד. טור הפונקציות $\sum_{n=1}^{\infty} u_n(x) \cos nx$ מתכנס במ"ש בקטע $[0,1]$.

שאלה 6

נתונה סידרה $\{f_n(x)\}$ של פונקציות רציפות המתכנסת לפונקציה $f(x)$ בקטע $[0,1]$. כמה מהטענות הבאות נכונות:

- אם $f_n(x) \xrightarrow{n \rightarrow \infty} f(x)$ במ"ש בקטע $[0,1]$ אז $\inf\{f_n(x)|x \in [0,1]\} \xrightarrow{n \rightarrow \infty} \inf\{f(x)|x \in [0,1]\}$
 - אם $\inf\{f_n(x)|x \in [0,1]\} \xrightarrow{n \rightarrow \infty} \inf\{f(x)|x \in [0,1]\}$ אז $f_n(x) \xrightarrow{n \rightarrow \infty} f(x)$ במ"ש בקטע $[0,1]$
 - אם $\sup\{f(x)|x \in [0,1]\} = \inf\{f(x)|x \in [0,1]\}$ אז קיים N כך שלכל $n > N$ מתקיים:
 $\sup\{f_n(x)|x \in [0,1]\} = \inf\{f_n(x)|x \in [0,1]\}$
 - אם קיים N כך שלכל $n > N$ מתקיים: $\sup\{f_n(x)|x \in [0,1]\} = \inf\{f_n(x)|x \in [0,1]\}$ אז $\sup\{f(x)|x \in [0,1]\} = \inf\{f(x)|x \in [0,1]\}$
- א. 1
ב. 2
ג. 3
ד. 4

שאלה 7

כלל $t > 0$ נגדיר $s(t) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2t}{n^2+t^2}$. אז

- א. $\lim_{t \rightarrow +\infty} s(t) = \pi$
- ב. $\lim_{t \rightarrow +\infty} s(t) = e$
- ג. $\lim_{t \rightarrow +\infty} s(t) = +\infty$
- ד. הגבול $\lim_{t \rightarrow +\infty} s(t)$ אינו קיים

שאלה 8

תהי $X \subseteq \mathbb{R}^n$ קבוצה חסומה שאינה סגורה ואינה פתוחה. כמה מהטענות הבאות נכונות:

- לכל $x \in X$ קיים $\epsilon > 0$ כך ש- $B_\epsilon(x) \subseteq X$
 - קיים $x \notin X$ וקיים $\epsilon > 0$ כך ש- $B_\epsilon(x) \cap X = \emptyset$
 - קיים $x \in X$ כך שלכל $\epsilon > 0$ מתקיים $B_\epsilon(x) \not\subseteq X$
 - לכל $\epsilon > 0$ ולכל $x \in X$ קיים $y \in X$ כך ש- $x \notin B_\epsilon(y)$
- א. 1
ב. 2
ג. 3
ד. 4

שאלה 9

תהי $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ פונקציה אנליטית ממשית. אז בהכרח מתקיים:

- א. $\overline{\lim}_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{|f^{(n)}(0)|} = 0$
- ב. קיים n כך ש- $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x^n} = 0$
- ג. אם $f(0) = 0 \neq f(1)$ אז קיים n כך ש- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x^n} \neq 0$
- ד. $\overline{\lim}_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{|f^{(n)}(0)|} \neq 0$