בחינה בחדו"א א' 2
מועד א'
מספר הקורס: 201.1.0021
המרצים: פרופ' פיינטוך, ד"ר טיומקין וד"ר ליידרמן

- משך הבחינה: 3.5 שעות
- אין להשתמש בכל חומר עזר שהוא לרבות מחשבונים.
- בבחינה ישנן חמש שאלות, שני סעיפים בכל שאלה. תשובה מלאה ונכונה על כל סעיף תזכה אותך ב 11 נקודות. הניקוד המקסימאלי בבחינה הוא 110. מי שיצבור 100 נקודות או יותר ציונו הסופי יהיה 100.
- נא לכתוב פתרונות מלאים ומנומקים היטב ובכתב יד ברור במקומות המיועדים לכך בטופס הבחינה. מחברות הטיוטא לא תיבדקנה! אחרי כל שאלה יש די והותר מקום על מנת לכתוב פתרון מלא ומנומק היטב. אך אם בכל זאת הנכם זקוקים למקום נוסף אתם רשאים לכתוב את הפתרונות גם בשני הדפים האחרונים המצורפים לטופס הבחינה.

בהצלחה!

מספר נבחן:							

שאלה 1:

א. חשבו את הגבול $\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n^3}\sum_{k=1}^{n-1}k^2\arctan\frac{k}{n}$.

ב. תהי $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ פונקציה רציפה המקיימת $\int_0^{x^2(1+x)}f(t)dt=x$ עבור $x>0$. חשבו את $f(2)$.

נמקו את כל טענותיכם!

פתרון:

שאלה 2:

א. תהי $f:[1,\infty) \to \mathbb{R}$ פונקציה רציפה עבורה $\left|\int_1^b f(x)dx\right| < 2010$ לכל $b > 1$. הוכיחו כי $\int_1^\infty f(x^\alpha)dx$ מתכנס לכל $\alpha > 1$.

ב. מצאו את אורך המסילה המישורית הנתונה ע"י $x(t) = \int_1^{e^{t^2}} \frac{\sin x^3}{x} dx$, $y(t) = \int_1^{e^{t^2}} \frac{\cos x^3}{x} dx$, $0 \le t \le 1$.

נמקו את כל טענותיכם!

פתרון:

שאלה 3:

א. תהי $g:[0,1]\to\mathbb{R}$ פונקציה רציפה המקיימת $g(1)=0$. הוכיחו כי הסדרה $x^n g(x)$ מתכנסת במ"ש ב- $[0,1]$.

ב. הוכיחו כי הטור $\sum_{k=2}^{\infty}\frac{1}{k^x \ln k}$ מתכנס לפונקציה רציפה ב $(1,\infty)$ אך ההתכנסות אינה במ"ש.

נמקו את כל טענותיכם!

פתרון:

שאלה 4:

א. תהי $K \subset \mathbb{R}^n$ קבוצה קומפקטית ותהי $f: K \to \mathbb{R}$ פונקציה רציפה. הוכיחו כי הגרף של f המוגדר ע"י $G(f) = \{(x, f(x)) \mid x \in K\} \subset \mathbb{R}^{n+1}$ הוא קבוצה קומפקטית.

ב. תהי $f(x,y) = \begin{cases} (1+yx^2)^{\frac{1}{x^2+y^2}}, & (x,y) \neq (0,0) \\ c, & (x,y) = (0,0) \end{cases}$ פונקציה המוגדרת בסביבה של הראשית. עבור כל ערך של הפרמטר הממשי c קבעו אם $f(x,y)$ רציפה בראשית.

נמקו את כל טענותיכם!

פתרון:

שאלה 5:

א. תהי $f(x,y)=\begin{cases}\frac{x\sin y}{\sqrt{x^2+y^2}}, & (x,y)\neq(0,0)\\ 0 & ,\ (x,y)=(0,0)\end{cases}$. קבעו אם f דיפרנציאבילית בראשית

ב. תהי $f(x,y)=\frac{1}{x}-8xy+\frac{1}{y}$. מצאו ומיינו את הנקודות הקריטיות של f בתחום הגדרתה. מצאו את המקסימום ואת המינימום המוחלטים של f בקבוצה S המוגדרת ע"י $-1\leq x<0$, $0<x\leq 1$, $xy\leq -\frac{1}{8}$.

נמקו את כל טענותיכם!

פתרון:

דפים נוספים