

# חזו"א 2 להנדסת מכונות

17.09.2013, בחינת מועד ג'  
אניברסיטת בן גוריון

|             |   |
|-------------|---|
| מספר נבחן:  | _____   |
| מרצים:      | א.אוהלוב, ע.איזמן, ל.ספיר, ל.פריגוז'ין, ד.קרנר      |
| מספר הקורס: | 201.1.9721  |
| משך הבחינה: | 3 שעות  |
| חומר עזר:   | דף A4 שני צדדים. אסור להשתמש במחשבון.               |
| ניקוד:      | יש לענות על 4 שאלות מתוך 5. כל שאלה שווה 25 נקודות. |

בהצלחה!

א.1 מצא את תחום ההתכנסות של הטור  $\sum_{n \geq 1} \frac{(x-\sqrt{7})^{3n} \sqrt{3n-1}}{3n+1}$ . ציין איפה התכנסות היא בהחלט/בתנאי.

ב.1 חשב את שטף השדה  $\vec{F} = \ln(y^2 + z^2 + 1)\hat{x} + \frac{e^x}{z^2+1}\hat{y} + (x - y - 1)\hat{z}$  דרך המשטח  $S = \{0 \leq z = \sqrt{x^2 + y^2} \leq 1\} \subset \mathbb{R}^3$ , עם הנורמל החיצוני, כלומר  $\mathcal{N}_z < 0$ .

א.2 תהי  $\vec{F}(x, y, z)$  שדה וקטורי גזיר פעמים ברציפות. הוכח כי  $div(rot(\vec{F}))$  הנו קבוע וחשב את הקבוע הזה.  
ב.2 מצא את מרכז המסה של גוף הומוגני (צפיפות קבועה) המוגדר ע"י:  $V = \{0 \leq z \leq \sqrt{x^2 + y^2} \leq 1, x \leq y\} \subset \mathbb{R}^3$ .

א.3 חשב  $\int_L (x^2 - 2xy)dx + (y^2 - 2xy)dy$  כאשר  $L = \{y = x^2, -1 \leq x \leq 1\}$  וכיוון המסילה נקבע ע"י תנאי:  $x$  גדל.

ב.3 האם המשוואה  $y + \sin(y) = \cos(x)$  מגדירה את הפונקציה הסתומה  $y(x)$  (גזירה) בסביבה של נקודה  $(\frac{\pi}{2}, 0)$ ? אם כן, האם הפונקציה  $y(x)$  עולה/יורדת בנקודה  $x = \frac{\pi}{2}$ ?

א.4 מצא את הערך הגדול ביותר והקטן ביותר של פונקציה  $f(x, y) = \ln(1 - xy)$  בתחום  $D = \{|x| + |y| \leq 1\}$ .  
ב.4 חשב:  $\int_1^2 dy \left( \int_1^{\frac{2}{y}} x^2 e^{x^2 y} dx \right) + \int_{\frac{1}{2}}^1 dy \left( \int_{\frac{1}{y}}^2 x^2 e^{x^2 y} dx \right)$ .

א.5 נתון משטח  $S = \{z^2 = x^2 + y^2 + 1\} \subset \mathbb{R}^3$ . מצא מישור משיק ל  $S$ , העובר דרך הנקודה  $(0, 0, 0)$ . (אם המישור לא קיים, הסבר מדוע.)

ב.5 חשב  $\oint_L (3x+2y)dx + (z-y^2)dy + (x+1)dz$ , על המסילה  $L = \{x^2 + y^2 + z^2 = a^2, x+y+z=0\} \subset \mathbb{R}^3$ , כאשר כיוון המסילה מתאים לנורמל חיובי  $(1, 1, 1)$ .  
(רמז: החתך של כדור  $\{x^2 + y^2 + z^2 \leq a^2\}$  ע"י מישור  $\{x+y+z=0\}$  הנו עיגול, בעל שטח:  $\pi a^2$ )